

Plovdiv University “Paisii Hilendarski”
Faculty of Mathematics and Informatics
Department of Applied Mathematics and Modeling

Application of Multivariate Nonparametric Statistical Methods

Desislava Stoyanova Voynikova

Author’s summary

of a dissertation
for the acquisition of the educational and scientific degree "PhD"
Area of Higher Education: 4. Natural Sciences, Mathematics and
Informatics
Professional Stream: 4.5. Mathematics
Doctoral Program: Mathematical modeling and application of
mathematics

Dissertation Tutors:

Prof. Dr. Snezhana Georgieva Gocheva-Ilieva
Assoc. Prof. Dr. Eng. Iliycho Petkov Iliev

Plovdiv, 2013

ПЛОВДИВСКИ УНИВЕРСИТЕТ „ПАИСИЙ ХИЛЕНДАРСКИ”
ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА
КАТЕДРА „ПРИЛОЖНА МАТЕМАТИКА И МОДЕЛИРАНЕ”

Десислава Стоянова Войникова

**ПРИЛОЖЕНИЕ НА МНОГОМЕРНИ НЕПАРАМЕТРИЧНИ
СТАТИСТИЧЕСКИ МЕТОДИ**

Автореферат

на дисертационен труд
за придобиване на образователната и научна степен „доктор”
Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и
информатика
Професионално направление: 4.5. Математика
Докторска програма: Математическо моделиране и приложение
на математиката

Научни ръководители:

проф. д-р Снежана Георгиева Гочева-Илиева
доц. д-р инж. Илийчо Петков Илиев

Пловдив, 2013 г.

Дисертационният труд е обсъден и насрочен за защита на разширен катедрен съвет на катедра „Приложна математика и моделиране” при Факултет по математика и информатика на Пловдивски университет „Паисий Хилендарски”, град Пловдив, проведен на 18.03.2013 г.

Дисертационният труд е с общ обем от 170 страници, обособени в увод, четири глави, приложения и библиография, състояща се от 117 източника. Списъкът на авторските публикации включва 5 заглавия.

Защитата на дисертационния труд ще се състои на 18.06.2013 г. от 11 часа в Заседателна зала на Нова сграда на Пловдивски университет „Паисий Хилендарски” на открито заседание на научно жури в състав:

доц. д-р Дойчин Тодоров Бояджиев
проф. д-р Николай Кирилов Вучков
доц. д-р Пламен Стоянов Матеев
доц. д-р Дончо Стефанов Дончев
проф. д-р Снежана Георгиева Гочева – Илиева

Номерацията на формулите, цитиранията, примерите, таблиците и фигурите съвпада с тяхната номерация в дисертационния труд.

Съдържание

Обща характеристика на дисертационния труд	4
Актуалност на темата.....	4
Цел и задачи на дисертационния труд	4
Хипотеза на изследването	5
Данни и методи на изследване.....	5
Структура и обем на дисертационния труд	5
Кратко съдържание на дисертационния труд.....	6
Глава 1. Анализ на състоянието на проблема.....	6
Глава 2. Описание на обекта и данните на изследването.....	7
Глава 3. Приложение на MARS за изходните характеристики на CuBr и UV лазер.....	8
Глава 4. Приложение на CART и хибриден CART-MARS метод за моделиране на изходната мощност на лазер с пари на меден бромид.....	16
Перспективи.....	22
Апробация.....	23
Благодарности.....	23
Авторска справка за приносите на дисертационния труд.....	24
Публикации по дисертационния труд.....	25
Библиография	26

Обща характеристика на дисертационния труд

Актуалност на темата

Съвременният статистически анализ на данни и новите статистически методи имат широко мултидисциплинарно и многопластово приложение, като взаимстват и обогатяват идеите и достиженията на теоретичната статистика, извличането на знания от данни, автоматизираната обработка на разнообразни масиви от данни със сложна структура, разпознаване на образи, математическото оптимизиране, компютърна визуализация и много други.

Непараметричните методи са активно развиваща се област в теоретичен и приложен план. В същото време на практика се наблюдава ограничено приложение на статистически методи в инженерните и технически науки, което се отчита като голям недостатък [79, 85]. В дисертационния труд такъв тип методи се прилагат за статистическа обработка на експериментални данни от областта физиката на лазерите, което е една нова област, развиваща се едва през последните няколко години.

От анализа на състоянието на проблема, на постигнатите до момента резултати и нерешени задачи, както по отношение на непараметричните методи, така и в статистическото моделиране и обработка на данни за лазери с метални пари, могат да се очертаят следните изводи за актуалността на разработката:

- ✓ В научно-приложен аспект изследването на данни с помощта на мощни непараметрични методи е ново направление с важно практическо значение в областта, и в частност за по-нататъшно развитие на българските лазери и лазерни технологии.
- ✓ Натрупаните експериментални данни съдържат съществена информация и скрити взаимовръзки, чието разкриване е голям потенциал за научни изследвания и решаване на важни конкретни практически задачи за по-нататъшното експериментално развитие на лазерните системи, в посока подобряване на изходните им работни характеристики.
- ✓ Актуалността на тематиката се извежда и от сложността на зависимостите между лазерните величини, грешките при експерименталните резултати и трудоемкостта на експерименталния труд, както и от факта, че някои физически закономерности могат да бъдат установени единствено с помощта на математически методи и моделиране.

Цел и задачи на дисертационния труд

Цел на дисертационния труд:

На базата на непараметрични статистически методи да се проведе статистическо моделиране за изследване и анализиране на зависимости в експериментални данни от областта на лазерите с метални пари за предсказване и подобряване на изходните лазерни характеристики.

Задачи:

- 1) Приложение на непараметричните методи MARS и CART за построяване и изследване на емпирични модели на изходните характеристики (изходна лазерна мощност, лазерна ефективност, време на живот) на лазер с пари на меден бромид и ултравиолетов лазер.

- 2) Развитие и приложение на хибридни CART-MARS методи за класификация и моделиране на експериментите с най-високи стойности за случая на лазерната генерация *Pout* за лазер с пари на меден бромид.
- 3) Разработка на методология за сравнение и определяне на комплекс от вътрешни и външни критерии за избор на модел.
- 4) Приложение на моделите за определяне на съществените входни лазерни величини, които влияят на изходните характеристики на лазерите и на степента им на влияние.
- 5) Изследване на модели с взаимодействия между входните лазерни величини.
- 6) Класификация на наблюденията спрямо изходните характеристики.
- 7) Приложение на моделите за предсказване на реален и бъдещ експеримент за насочване на експерименталната работа и подобряване на изходните характеристики на лазерите.
- 8) Физическа интерпретация и практическа оценка на получените резултати от моделирането.

Хипотеза на изследването

Разкриване на взаимовръзките между основните входни и изходни лазерни величини и използването им за подобряване на експеримента.

Данни и методи на изследване

За приложението на многомерните непараметрични статистически методи в настоящия труд си служим с всички налични експериментални данни за лазер с пари на меден бромид (Copper bromide vapor laser) и UV Cu⁺ Ne-CuBr лазер. Тези лазерни устройства са създадени и патентовани от екипа на Лабораторията по лазери с метални пари, към Института по физика на твърдото тяло „Академик Георги Наджаков” на Българската Академия на Науките, София. В развитието на тези лазери България има едно от водещите места в света.

Дисертационният труд разглежда приложението на някои от най-мощните съвременни непараметрични методи за регресия и класификация на данни. В частност са приложени методите на многомерните адаптивни регресионни сплайни (MARS), класификационни и регресионни дървета (CART), развит е хибриден метод, съчетаващ CART и MARS, и др.

Структура и обем на дисертационния труд

Дисертационният труд съдържа увод, 4 глави, библиография от 117 източника, 53 фигури и 47 таблици.

В Първа глава е направен кратък преглед на методите за разкриване на зависимости в многомерни данни с помощта на непараметрични методи и е направен обзор на състоянието на математическото моделиране на лазери с метални пари. Систематизирани са трудностите и нерешените проблеми и са определени целта и задачите на дисертационния труд.

Втора глава съдържа описание на обекта на изследване и началната обработка на използваните данни.

Трета глава е посветена на приложението на метода на многомерните адаптивни регресионни сплайни (MARS) към данните от Глава 2. Получени са и са анализирани модели във вид на регресионни уравнения за изходните характеристики на лазер с пари на меден бромид (лазерна изходна мощност и лазерна ефективност), както и

регресионни уравнения за изходните характеристики на ултравиолетов лазер с медни йони (лазерна изходна мощност, лазерна ефективност и време на живот на лазерната система). Направен е анализ и сравнение на предсказващата сила на моделите. Дефиниран е комплекс от критерии за избор на най-добър модел на изследваните характеристики. Моделите са приложени за предсказване на експеримента, включително за екстремален и бъдещ експеримент. Направена е физическа интерпретация на резултатите, показана е приложимостта на моделите в практиката за насочване и подпомагане на експеримента.

В Глава 4 се построяват регресионни модели на изходната мощност на лазер с пари на меден бромид с приложение на метода на класификационните и регресионни дървета CART, и е развит хибриден CART-MARS модел. С помощта на метода CART за построени и анализирани устойчиви регресионни дървета за моделиране на изходната мощност (лазерна генерация) за лазер с пари на меден бромид. С помощта на хибридният модел са построени модели на екстремален експеримент. Моделите са приложени за предсказване на реален и бъдещ експеримент. Проведена е физическа интерпретация на моделите и е показано практическото им значение.

Използваният подход на непараметрична регресия и получените модели са нови и в основната си част нямат аналог в областта на статистическата обработка на данни от физиката на лазерите.

Преобладаващата част от резултатите на дисертационния труд са публикувани в 5 научни статии, от които 2 в реномирани списания с импакт фактор.

Кратко съдържание на дисертационния труд

Глава 1. Анализ на състоянието на проблема

В първа глава е направен кратък обзор на съвременното състояние и класификация на непараметричните статистически методи. Определени са основните трудности и проблеми при обработка на многомерни данни със сложна структура. Акцентираща се върху методите за непараметрична многомерна регресия и в частност на методите CART и MARS. Основно преимущество на непараметричните методи за регресия е, че при тях не се предполага познаване на типа на разпределението на данните (напр. нормално разпределение), за разлика от параметричните методи. От друга страна тяхното прилагане води до получаване на голям брой модели, зависещи от различен брой контролни параметри – ограничение за максималния брой базисни функции, задаване на максимална степен на взаимодействие между предикторите, размер и тип на обучителната извадка и много други. Основни проблеми са: подбор на критерии за избор на най-добър модел, избор на съществени предиктори в модела, стабилност на модела, установяване на адекватност на модела и др.

Представен е кратък анализ и на текущото състояние на моделирането на лазери с метални пари и в частност на статистическото моделиране. В основната си част прилаганите досега статистически методи са параметрични (факторен анализ, многомерна регресия с главни елементи и други), провеждани на базата на извадки. Описани са трудностите и нерешените проблеми на статистическото моделиране на данни за лазери с метални пари. Обоснована е актуалността на избраната тематика.

На базата на направения анализ на състоянието на проблема са формулирани целта и задачите на настоящия дисертационен труд.

Глава 2. Описание на обекта и данните на изследването

Във втора глава са представени накратко физическите системи, които се моделират – лазер с пари на меден бромид и ултравиолетов лазер. Направен е начален анализ на използваните в дисертационния труд експериментални данни.

Обект на изследването са:

- ✓ **Лазер с пари на меден бромид (CuBr)** - източник с пулсираща радиация във видимата зона в две дължини на вълната.

Приложение: в медицината; за микрообработка на материали: пробиване, рязане, маркиране, гравирание; в шоубизнеса; в лазерната микроскопия; за лазерните дисплеи и нанотехнологии; за изследване на атмосферата и океана и др.

Описание на данните: За предиктори са използвани 10 входни лазерни независими величини: D (mm) – вътрешен диаметър на лазерната тръба, DR (mm) – вътрешен диаметър на диафрагмата, L (cm) – дължина на активната зона, PIN (kW) – прилагана в разряда електрическа мощност, $PL = PIN/L/2$ (kW/cm) – електрическа мощност на единица дължина с отчитане на 50% загуби, PRF (kHz) – честота на повторение на електрическия импулс, PNE (Torr) – налягане на буферния газ (неон), $PH2$ (Torr) – налягане на добавъчния газ (водород), C (nF) – еквивалентен капацитет на кондензаторната батерия и TR (°C) – температура на резервоарите с меден бромид. В качеството на зависими променливи се разглеждат: средна изходна лазерна мощност P_{out} (W) и лазерна ефективност Eff (%).

- ✓ **Ултравиолетов лазер с пари на меден бромид (UV)** - нов лазер с наносекунден импулсен надлъжен разряд с пет спектрални линии.

Приложение: в медицината, химията на полимерни фолиа, микробиологията, микроелектрониката, фотолитографията, генното инженерство, за прецизна обработка на материали и др.

Описание на данните: Използват се девет основни лазерни физични характеристики, които са с физическо значение и се считат за независими - D (mm), DR (mm), L (cm), $PIN2$ (W), PNE (Torr), PRF (kHz), $PH2$ (Torr), C (pF) и TR (°C). Зависимите променливи ~~тук~~ са $P_{out_{UV}}$ (mW) – средна лазерна изходна мощност, Eff_{UV} (%) – лазерна ефективност и $LTime_{UV}$ (hrs) - период на служба на лазера.

Всички използвани в дисертацията данни (387 наблюдения за CuBr лазер и 238 наблюдения за UV Cu⁺ Ne-CuBr лазер) са извлечени от публикации. Те са получени от експерименти, проведени през последните десетилетия в Лабораторията по лазери с метални пари към Института по физика на твърдото тяло „Академик Георги Наджаков” на БАН, София.

Данните са от исторически тип. Констатирано е, че като цяло те нямат нормално или близко до нормалното разпределение. Следователно непараметричните методи са подходящи за изследването им.

Физичните експерименти и съответните измервания са получени с относителна грешка в рамките на 5-10%. Това предполага получаване на моделни резултати под тази грешка, за да не се привнеса грешка от модела към крайните резултати.

Глава 3. Приложение на MARS за изходните характеристики на CuBr и UV лазер

В тази глава се построяват и изследват регресионни модели с помощта на метода на многомерните адаптивни регресионни сплайни (MARS) за моделиране на описаните в Глава 2 изходни характеристики на двата типа лазери.

Въз основа на всички налични данни са построени MARS модели за предсказване на всяка отделна лазерна характеристика чрез получаване на явни регресионни уравнения за зависимост. Проведени са детайлни анализи на получените модели, подбрани са най-добри модели по формулиран комплекс от критерии, направена е физическа интерпретация на резултатите. Изчисленията са проведени с помощта на софтуерните продукти: MARS [55], SPSS [56], Mathematica [54] и др.

Построени са няколкостотин MARS модела, от които най-съществените са включени в дисертацията. За моделите въвеждаме означението $(M_0; r)$, където M_0 е максималният брой на първоначалните базисни функции, а r съответства на максимално избрания ред на взаимодействие между предикторите.

MARS методът е разработен от видния американски физик и статистик Джером Фрийдмън през 1990-1991 година [39]. Общият вид на MARS модел на зависима променлива y с M базисни функции се записва като

$$\hat{y}_{[M]} = b_0 + \sum_{j=1}^M b_j BF_j(X), \quad (1.10)$$

където базисните функции BF са едномерни линейни сплайн функции от вида $BF_j(X) = \max(0, X_k - c_k)$ или $BF_j(X) = \max(c_k - X_k, 0)$ с възли c_k , или произведения от такъв тип функции, b_j ($j = 0, \dots, M$) са коефициенти на модела, а X е вектор на предикторите.

За оценка на точността на MARS моделите се използва обобщеният критерий за кросвалидация (GCV), който отчита не само грешката от резидуумите, но и комплексността на модела (брой базисни функции, степени на свобода и др.) и е еквивалентен на добре известните информационни критерии AIC и BIC [71], [78]. Критерият има вида:

$$GCV_{[m]} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{[m]}(X_i))^2}{n(1 - C(m)/n)^2}, \quad m = 1, 2, \dots, M_1, \quad C(m) = m + \delta(m-1)/2, \quad \delta \in [2, 3].$$

Общото качество на приближението се измерва с обобщения GCV коефициент на детерминация по формулата: $GCV R^2 = 1 - \frac{GCV_{[M]}}{GCV_0}$, $GCV_0 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$.

MARS модели за лазер с пари на меден бромид (CuBr)

Моделите са получени на базата на всички първоначални десет независими променливи в качеството на предиктори и изходната мощност P_{out} или ефективността Eff в качеството на зависими променливи.

Пример 1: MARS модел (30;1) от първи ред за P_{out} за CuBr лазер.

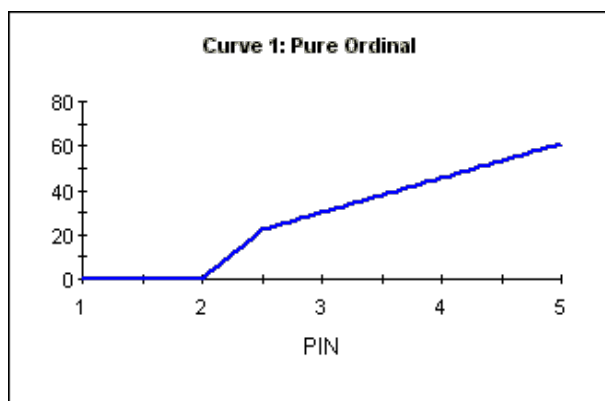
Моделът включва 18 базисни функции с 6 основни предиктора: C , PIN , PRF , DR , PL , $PH2$. Базисните функции са:

$$\begin{aligned}
BF1 &= \max(0, PIN - 2.5) & BF17 &= \max(0, C - 1) \\
BF3 &= \max(0, C - 1.9) & BF19 &= \max(0, PRF - 18.5) \\
BF5 &= \max(0, DR - 40) & BF21 &= \max(0, PIN - 2) \\
BF6 &= \max(0, 40 - DR) & BF23 &= \max(0, PRF - 26) \\
BF7 &= \max(0, C - 2.18) & BF25 &= \max(0, PL - 10) \\
BF9 &= \max(0, C - 1.3) & BF26 &= \max(0, 10 - PL) \\
BF11 &= \max(0, PRF - 16.3) & BF27 &= \max(0, PH2 - 0.5) \\
BF13 &= \max(0, PRF - 21.5) & BF28 &= \max(0, 0.5 - PH2) \\
BF15 &= \max(0, C - 1.1) & BF29 &= \max(0, PRF - 14)
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Съответният MARS модел за изходната мощност P_{out} има вида:

$$\begin{aligned}
\widehat{P_{out}} &= 31.6223 - 28.9857 BF1 + 120.663 BF3 + 1.10983 BF5 \\
&- 0.436723 BF6 - 78.8721 BF7 - 112.399 BF9 - 3.25176 BF11 \\
&+ 8.49341 BF13 + 209.183 BF15 - 142.364 BF17 - 6.14717 BF19 \\
&+ 44.4853 BF21 - 2.54973 BF23 - 1.63555 BF25 - 1.60555 BF26 \\
&- 34.5407 BF27 - 9.7688 BF28 + 3.45331 BF29
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Моделът (3.1)-(3.2) описва 98% от всички данни със статистическа значимост $P=0.00000$. Получени са основните интервали на влияние на всеки от основните 6 предиктори в модела върху изходната мощност P_{out} . На Фиг. 3.1 е показан пример за влиянието на основния предиктор – входната лазерна мощност PIN върху P_{out} .



Фиг. 3.1. Принос на предиктора PIN в модела (30;1) в ординални единици.

Пример 2: MARS модел (30;2) от втори ред за P_{out} за CuBr лазер

Моделът включва 22 базисни функции, в които предикторите могат да участват както линейно, така и в комбинации на произведения до втора степен. Базисните функции са:

$$\begin{aligned}
BF1 &= \max(0, PIN - 2.5) & BF12 &= \max(0, PL - 9.58333) BF2 \\
BF2 &= \max(0, 2.5 - PIN) & BF14 &= \max(0, PRF - 16) BF1 \\
BF3 &= \max(0, C - 0.33) BF1 & BF16 &= \max(0, PRF - 18.5) BF1 \\
BF4 &= \max(0, PRF - 17.5) BF1 & BF19 &= \max(0, 1.9 - C) \\
BF5 &= \max(0, 17.5 - PRF) BF1 & BF20 &= \max(0, PL - 7.5) BF19 \\
BF7 &= \max(0, 0.6 - PH2) BF2 & BF21 &= \max(0, 7.5 - PL) BF19 \\
BF8 &= \max(0, PRF - 23) BF2 & BF22 &= \max(0, DR - 20) BF19 \\
BF10 &= \max(0, PL - 7.5) BF2 & BF23 &= \max(0, 20 - DR) BF19 \\
BF11 &= \max(0, 7.5 - PL) BF2 & BF24 &= \max(0, PH2 - 0.3) BF19
\end{aligned} \tag{3.3}$$

$$BF25 = \max(0, 0.3 - PH2) BF19$$

$$BF28 = \max(0, C - 1.3) BF1$$

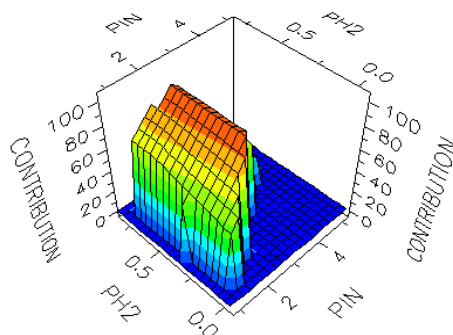
$$BF26 = \max(0, PIN - 2) BF19$$

$$BF30 = \max(0, PL - 5) BF1$$

Съответният модел за P_{out} включва 21 от функциите в (3.3) и има вида:

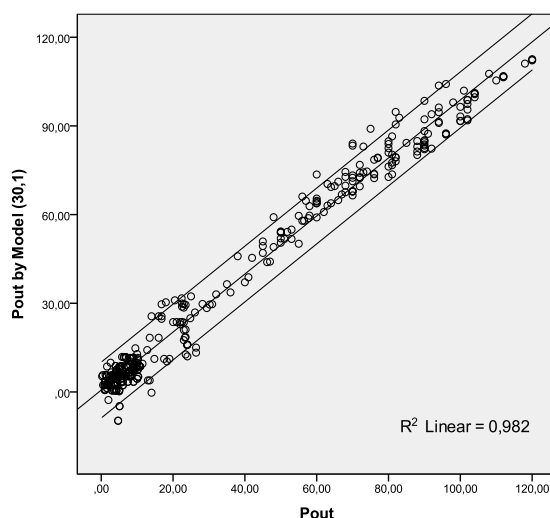
$$\begin{aligned} \widehat{P_{out}} = & 35.0442 - 44.6739 BF1 - 26.0407 BF2 + 68.9544 BF3 \\ & + 6.30534 BF4 - 5.30336 BF5 - 25.2627 BF7 - 0.0240315 BF8 \\ & + 10.1025 BF10 + 14.1118 BF11 - 12.0007 BF12 \\ & - 5.37771 BF14 - 7.34248 BF16 - 0.850553 BF20 - 9.95073 BF21 \\ & + 1.15859 BF22 + 0.928972 BF23 - 48.494 BF24 + 21.027 BF25 \\ & + 34.1073 BF26 - 35.9377 BF28 - 1.4502 BF30. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Моделът (3.3)-(3.4) описва 99% от всички данни със статистическа значимост $P=0.00000$. Съществено частично взаимодействие от втора степен в модела оказват следните групи променливи: {PIN.PRF}, {PIN.C}, {PIN.PH2}, {PIN.PL}, {DR.C}, {C.PH2}, {PL.C}. Като пример на Фиг. 3.2 е показана областта на взаимодействие на групата входна мощност и налягане на водорода - {PIN.PH2}. Добре са очертани областите, в които групата не влияе на изходната мощност, както и влиянието ѝ в останалите области.



Фиг. 3.2. Принос на PIN.PH2 в модел (30;2) на P_{out} за CuBr лазер в ординални единици.

На Фиг. 3.4. е илюстрирано сравнение на качеството на приближение на изходната мощност P_{out} с модел (30;1) с 5% доверителен интервал.



Фиг. 3.4. Сравнение на качеството на приближение на изходната мощност P_{out} с MARS модел (30;1) с 5% доверителен интервал.

Аналогично са построени модели от трети и четвърти ред.

В Табл. 3.1 са дадени статистики и показатели на част от най-добрите MARS модели на изходната мощност P_{out} от първи и втори ред на взаимодействие.

Таблица 3.1. Обща таблица на основните статистики и показатели на най-добрите MARS модели на изходната мощност P_{out} и съществените предиктори.

r	M_0	R^2	$R^2 Adj.$	MARS GCV R^2	Стандартна регресион- на грешка	Брой пре- диктори / М	Предиктори в модела
1	20	0.9744	0.9736	0.9700	5.60	4/13	PIN, C, PRF, DR
	25	0.9786	0.9778	0.9737	5.31	5/15	PIN, C, PRF, DR, D
	30	0.9816	0.9807	0.9765	4.95	6/18	$C, PIN, PRF, DR, PL, PH2$
	35	0.9818	0.9808	0.9763	4.93	6/19	$C, PIN, PRF, DR, PH2, PL$
	40	0.9818	0.9809	0.9762	4.92	6/19	$C, PIN, PRF, DR, PH2, PL$
2	20	0.9856	0.9850	0.9817	4.35	6/15	$PIN, C, PRF, L, PH2, PL$
	25	0.9885	0.9880	0.9851	3.9	6/17	$PIN, C, PRF, DR, PL, PH2$
	30	0.9910	0.9904	0.9874	3.48	6/21	$PIN, C, PRF, DR, PH2, PL$
	35	0.9944	0.9941	0.9918	2.74	6/25	$PIN, C, PRF, DR, PH2, PL$
	40	0.9950	0.9946	0.9923	2.51	7/26	$PIN, C, PRF, DR, PH2, PL, TR$

✓ Сравнение на моделите по статистики и участващи предиктори

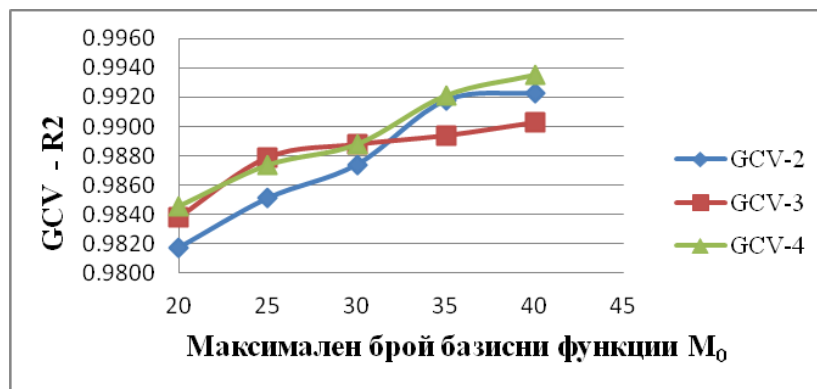
Сравнение на моделите може да се направи по техните основни статистически показатели от Табл. 3.1. От таблицата се вижда, че коефициентът на детерминация R^2 и коригирания коефициент на детерминация $R^2 Adj.$ за линейния модел са в рамките на 97-98%, докато за останалите модели – в рамките на 98-99% (R^2 характеризира процента от наблюденията, описвани от дадения модел).

От Табл.3.1 се вижда, че стойностите на съответните $GCV R^2$ имат същия порядък високи стойности.

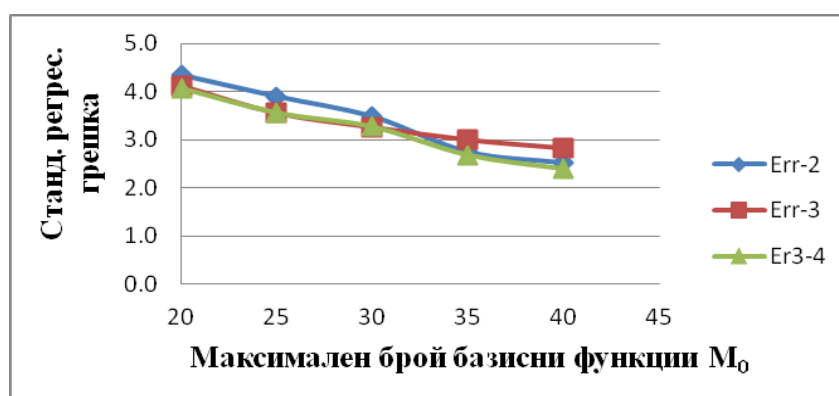
Всички представени модели са получени чрез прилагане на алгоритъма за предпазване от преопределяне, с използване на 10-разделна кросвалидация. Този контролен параметър се избира 10 за извадки с размер под 1000 наблюдения, както е в нашия случай (виж [78]).

От всички модели, тези от втори и трети ред на взаимодействие описват най-адекватно както локалните линейни, така и локалните нелинейни условия. Например, достатъчно е да изберем 30 или 40 начални функции и модели (30;2), (30;3) или (40;2), (40;3). Приемаме, че моделите от втори ред са оптимални. Тези модели дават относителна точност на приближението около 5%, което е съпоставимо с точността на измерване на експерименталните данни.

На Фиг. 3.5 е представено сравнението на основните модели по основния критерий за предсказващата сила на моделите – $GCV R^2$ като функция на ограничението за максимален брой първоначални базисни функции – M_0 при $r=2,3,4$. Аналогично са сравнени и грешките на Фиг. 3.6.



Фиг. 3.5. Сравнение на GCV R^2 в зависимост от зададения максимален брой M_0 базисни функции, при взаимодействие от ред $r=2,3,4$.



Фиг. 3.6. Сравнение на SSE (сума на квадратите от грешките) в зависимост от максималния брой M_0 базисни функции, при взаимодействие от ред $r=2,3,4$.

✓ **Външна кросвалидация за MARS моделите на Pout за CuBr лазер**

Прилагаме стандартен подход за кросвалидация [31]. Разделяме цялата извадка по случаен начин на 2 непресичащи се подмножества в приблизително отношение 70% на 30%. По-голямото подмножество е обучителна извадка, по която се построяват моделите, а по-малкото подмножество е тестова извадка. Получените модели за обучителната извадка се използват за предсказване на наблюденията от тестовата извадка, които се сравняват с експерименталните наблюдения.

Кросвалидацията е проведена полуавтоматично, като генерирането на случайната извадка е получено с помощта на следния кратък код, с помощта на софтуерния пакет Mathematica [54]:

```
rexper={};
For[k=1, k<151, k++,
  {t=RandomInteger[{1, 387}]; rexper =Append[rexper,t]}
]
rexper
Export["generator150.xls", rexper]
```

(3.8в)

Обучителната извадка е с обем 273 наблюдения, а тестовата – със 114 наблюдения. Резултатите са показани на Табл. 3.3.

Таблица 3.3. Основни статистики и показатели на MARS моделите от обучителната 70%-на извадка на изходната мощност P_{out} на CuBr лазер.

Модел	R^2	R^2 adj.	GCV R^2	MSE	MARS GCV	S.E. of regression
(30;1)	0.97938	0.97801	0.97134	27.09313	35.43347	5.20511
(35;1)	0.98127	0.97987	0.97251	24.80327	33.99068	4.98029
(40;1)	0.98237	0.98089	0.97272	23.53832	33.72449	4.85163
(30;2)	0.99559	0.99516	0.99237	5.95978	9.42982	2.44127
(35;2)	0.99562	0.99524	0.99263	5.86629	9.11796	2.42204
(40;2)	0.99617	0.99578	0.99305	5.19870	8.59115	2.28006
(30;3)	0.99595	0.99558	0.99327	5.44517	8.31941	2.33349
(35;3)	0.99684	0.99648	0.99389	4.33918	7.55198	2.08307
(40;3)	0.99714	0.99677	0.99411	3.97591	7.27638	1.99397

Резултатите от прогнозирането на 30%-ната извадка с моделите по обучителната извадка и в частност прогнозните стойности на моделите за максималната лазерна мощност на лазер с пари на меден бромид са дадени на Табл. 3.4. Виждаме, че GCV $R^2=97\%$ за линейните модели, а за останалите е 99%. Също стандартната регресионна грешка за нелинейните модели е двойно по-ниска. Отново можем да приемем, че оптималните модели са от втори ред.

Табл. 3.4. Коефициент на детерминация за тестовите извадки спрямо експеримента и прогнозни стойности за максималната лазерна мощност $P_{out}=120W$.

Модел	R^2 при сравнение на 30% тестова извадка с реалните експерименти	Предсказана стойност за $P_{out}=120W$
(30;1)	0.9741	106.396
(35;1)	0.9764	110.506
(40;1)	0.9773	111.262
(30;2)	0.9936	119.796
(35;2)	0.9934	119.844
(40;2)	0.9925	116.253
(30;3)	0.9938	122.306
(35;3)	0.9949	123.663
(40;3)	0.9952	121.294

✓ **Комплекс от критерии за избор на най-добър модел**

Основен въпрос в моделирането с непараметрични регресионни методи е изборът на модел. Няма теория за оценка на горната граница за началния брой M_0 задавани базисни функции. Не винаги препоръчаният най-добър модел при фиксирани контролни параметри и условия има най-удовлетворителни предсказващи качества за конкретните данни. Така крайният избор на модел зависи от изследователя [78, 84].

От използваните дотук критерии за сравнение на моделите и специфичните цели на моделирането на изходната мощност на CuBr лазер формулираме следния комплекс от критерии за избор на модел. Те се разглеждат за модели с равнище на значимост 0.01 и равнище на значимост (с най-висока p -стойност), от 0.01 на регресионните коефициенти на модела b_j , $j = 0, 1, \dots, M$.

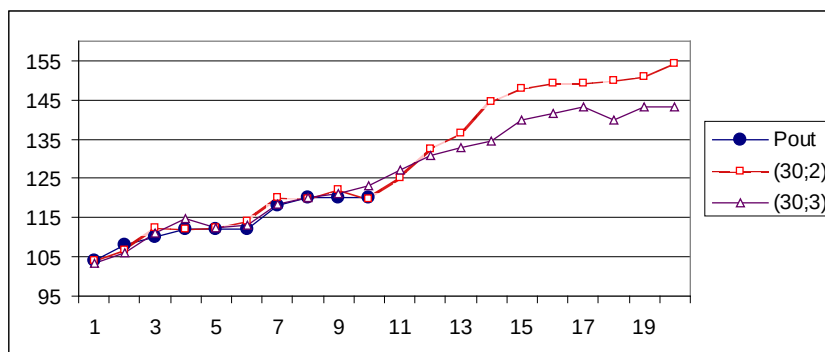
1) Критерии за точност на модела:

- GCV
- MSE

- максимална относителна грешка спрямо максималната експериментална стойност – до 5-6%
- 2) Критерии за качество на приближението:
 - $GCV R^2$
 - $R^2 \text{ adj.}$
 - R^2
 - 3) Критерии за адекватност:
 - Вътрешна V-разделна крос-валидация
 - Външна крос-валидация
 - Съответствие на резултатите от модела със същността на физичните процеси и в съгласие с експерименталните резултати.
 - 4) Критерии за устойчивост на модела:
 - Стабилизиране на съществените предиктори, влияещи на изходната характеристика, спрямо сходни по тип модели.
 - Регулиране (калибриране) на модела чрез контролните параметри: максимален брой начални базисни функции M_0 , ред на взаимодействие между предикторите r , степени на свобода и др.
 - 5) Критерий за качество на приближението за високите стойности на изходната характеристика – до 5-6% относителна грешка.
 - 6) Принцип на по-простия модел: При модели в близки качества, се избира модел от по-прост вид, които ще считаме за еквивалентни.

✓ **Приложение на моделите за предсказване на експеримента за P_{out} за лазер с пари на меден бромид (CuBr лазер) p**

На Фиг. 3.7 (**) е показано сравнение на последните 10 най-високи експериментални стойности на P_{out} , предсказаните P_{out} за същите наблюдения с два модела от трети ред и прогнозните P_{out} за 10 бъдещи експеримента.



Фиг. 3.7 (**) Сравнение на експерименталните и прогнозни резултати.

✓ **Физическа интерпретация на резултатите от моделирането на P_{out} за CuBr лазер и сравнение с известни резултати**

При построяване на модели за изчисляване на изходната мощност P_{out} са използвани 10 независими променливи, от които 9 физически. Само променливата $PL = PIN/L$ (с толеранс от 50% загуби) се явява производна. В моделите от втори и трети ред за приближение на изходната мощност на лазери с пари на меден бромид, само следните 6 входни променливи имат съществено влияние: PIN , C , PRF , DR , $PH2$, PL . От първостепенно значение е входната електрическа мощност PIN (почти 100 относителни

единици), което е в съответствие с действителния експеримент. Освен това капацитетът на кондензаторните батерии C и честотата на повторение на електрическия импулс PRF е 20-35 относителни единици, а останалите променливи – в рамките на 10-15 единици. Тези 6 параметъра оказват съществено влияние на средната изходна мощност на лазерните устройства, защото те определят разпределението на интензитета на електричното поле, електрическата енергия и температурния профил на йонизирания газ. Това се отразява на процеса на заселване на горните лазерни нива, и следователно, на мощността на лазерната генерация P_{out} .

Ще обърнем специално внимание на променливата PL . Тя има важно значение по отношение на дизайна на лазерната тръба. Без нея MARS моделите не дават добри резултати, така както и в случаите на параметрични модели [4, 43]. От прогнозираните резултати, поместени в Таблица 4 е видно, че PL намалява. Това означава, че L трябва да расте по-бързо от PIN , за да се намали съотношението $PL = PIN/L$.

Физически, това се дължи на факта, че с увеличаване на разстоянието L между електродите настъпва преразпределение на подаваната електрическа мощност PIN между тях в активния обем на положителния стълб на газовия разряд, което води до увеличаване на изходната мощност и ефективността на лазера.

Като цяло можем да заключим, че MARS моделите на изходната мощност за лазер с пари на меден бромид имат много добро съвпадение с физиката на експеримента

✓ **MARS модели за ефективността Eff за лазер с пари на меден бромид и за $P_{out_{UV}}$, Eff_{UV} и $L_{time_{UV}}$ за ултравиолетов лазер с медни йони**

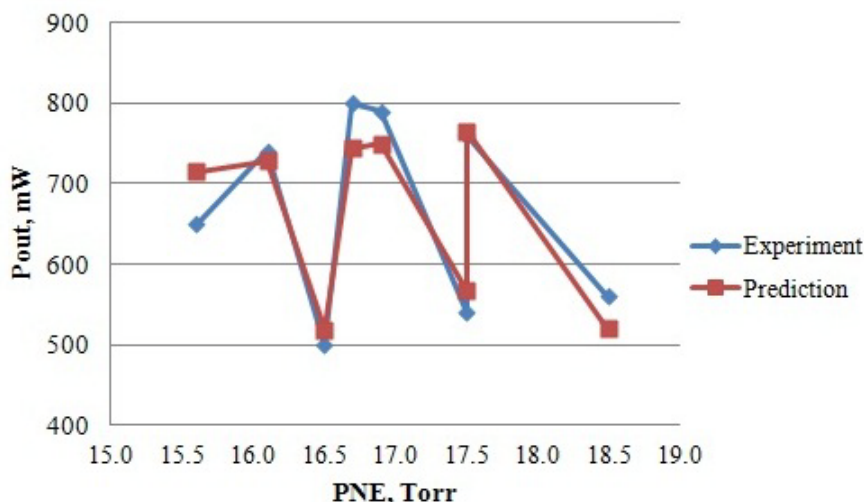
Аналогично са построени MARS модели за ефективността Eff на CuBr лазер и изходната лазерна мощност $P_{out_{UV}}$, ефективността Eff_{UV} и периода на служба на $L_{Time_{UV}}$ на UV Cu+ Ne-CuBr лазер. На Табл. 3.8. са показани основните показатели на част от получените и анализирани модели.

Таблица 3.8. Основни показатели на най-добрите MARS модели на ефективността Eff на лазер с пари на меден бромид.

r	M_0	R^2	$R^2 Adj.$	MARS GCV R^2	Стандартна Регресион на грешка	Брой предиктори / М	Предиктори в модела
1	20	0.9390	0.9365	0.9267	0.22	6/15	$DR, C, PRF, PH2, PIN, TR$
	25	0.9468	0.9443	0.9341	0.21	7/17	$DR, C, PH2, PRF, TR, PIN, PNE$
	30	0.9506	0.9481	0.9368	0.20	7/19	$C, DR, PRF, PH2, TR, PIN, PNE$
	35	0.9522	0.9496	0.9374	0.20	7/20	$DR, C, PRF, PH2, TR, PIN, PNE$
	40	0.9542	0.9513	0.9373	0.19	9/23	$C, DR, PRF, TR, PH2, PIN, PNE, PL, L$
2	20	0.9668	0.9652	0.9568	0.16	7/18	$DR, C, PRF, PH2, TR, PNE, PIN$
	25	0.9712	0.9697	0.9608	0.15	7/21	$DR, C, PRF, PH2, TR, PIN, PNE$
	30	0.9756	0.9741	0.9653	0.14	7/23	$DR, C, PRF, PH2, TR, PIN, PNE$
	35	0.9781	0.9766	0.9672	0.13	7/26	$DR, C, PRF, TR, PH2, PIN, PNE$
	40	0.9798	0.9782	0.9680	0.13	8/29	$DR, C, PRF, TR, PH2, PIN, PNE, PL$

За демонстрация на физичния смисъл от построените MARS модели ще разгледаме случая на моделиране на локалното поведение на $P_{out_{UV}}$ за UV лазера от [105] при промяна налягането на буферния газ неон PNE в интервала [15.5, 18.5] Torr. При $PIN=1300W$ избираме експерименталните данни с фиксирани $D=DR=7.1mm$, $L=86.5cm$, $PH2=0.03Torr$, $PRF=19.5kHz$, $C=735pF$. На Фиг. 3.17 с непрекъсната линия са

изобразени експерименталните данни, Prediction са оценките им от модел (40;2) [47]. Наблюдава се много добро съвпадение на моделните с експерименталните данни.



Фиг. 3.17. Сравнение на изходната мощност $P_{out_{UV}}$ с предсказаните с модел (40;2) стойности при изменение на PNE за фиксирано $PIN = 1.3 \text{ kW}$.

Глава 4. Приложение на CART и хибриден CART-MARS метод за моделиране на изходната мощност на лазер с пари на меден бромид

Специфичната цел в тази глава е да се построи дърво, което класифицира добре експериментите с високи изходни мощности P_{out} . Построени са регресионни дървета с предиктори от първа и втора степен. Моделите за изходната мощност P_{out} за CuBr лазер от първа степен са на базата на 6 и 10 предиктора.

Методът на класификационните и регресионни дървета CART е предложен през 1984 г. от Л. Бреймън, Дж. Фрийдмън, Р. Олшен и С. Стоун в [26]. Съществуват различни варианти на CART, напр. CHAID, ExhaustiveCHAID и др. [72, 21, 114].

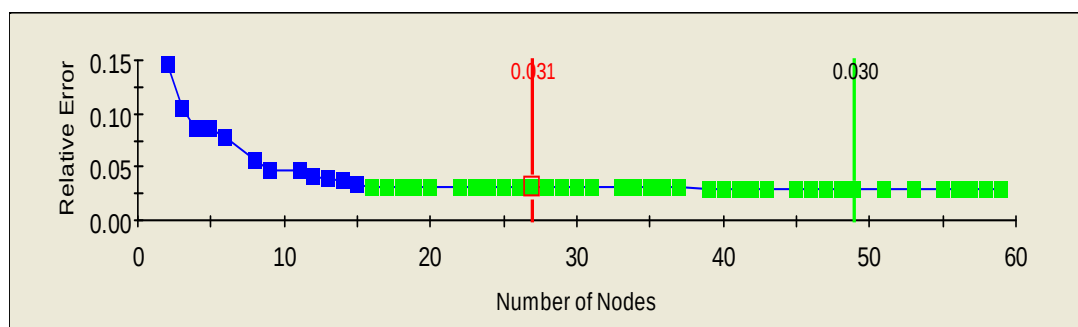
Като регресионна техника CART методът се определя като рекурсивно-разделяща регресия. Целта е разделяне на данните спрямо стойностите на зависимата променлива в относително хомогенни (с ниско стандартно отклонение или с минимална обща грешка по метода на най-малките квадрати) крайни възли и изчисляване на средната наблюдавана стойност при всеки краен възел като прогнозна стойност.

✓ **Линеен CART модел за P_{out} за CuBr лазер на базата на 10 предиктора**

Задаваме ограничение за минимум 10 наблюдения във възел-родител и минимум 5 за краен възел.

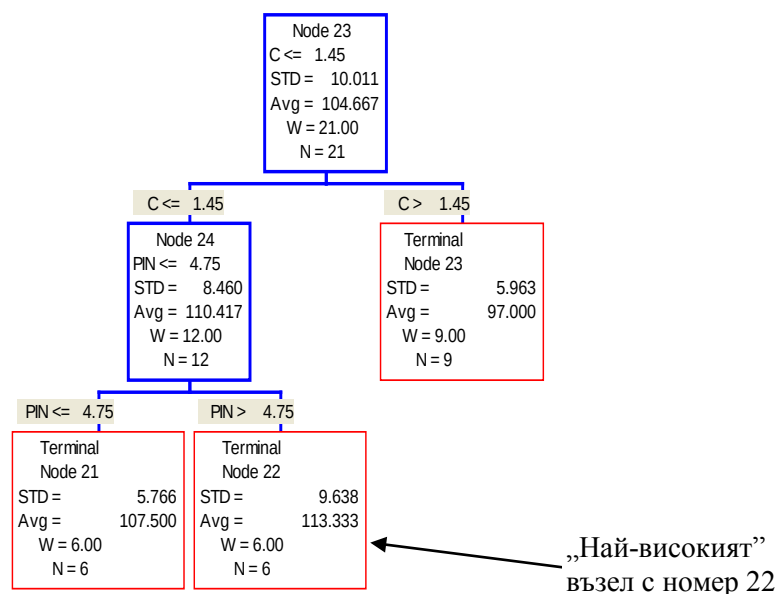
Общата крива на относителната грешка на всички получени линейни модели спрямо най-малката грешка е показана на Фиг. 4.7. Вижда се, че препоръчаното от системата оптимално дърво има 49 крайни възли с минимална относителна грешка 3.0% След разглеждането на всички други модели в рамките на 1 SE (1% стандартна грешка), отбелязани в зелено, откриваме дърво с 27 крайни възли с минимален брой крайни възли и същите резултати в „hot spot” – възелът, където са класифицирани най-високите изходни мощности P_{out} .

Избраният регресионен CART модел с 27 крайни възли обяснява $R^2=98.1\%$ от цялата извадка, след 10 разделна крос-валидация (10%-случайни подразделения на извадката). Избраният модел има относителна грешка 3.1%.



Фиг. 4.7. Схема на относителните грешки на линейните CART модели на P_{out} с 10 предиктора: оптимално дърво – с 49 крайни възли; избрано дърво – с 27 крайни възли.

Детайлна информация за клон от дървото, съдържащо най-високите стойности на P_{out} („най-високият“) - краен възел $\tau = 22$ е показана на Фиг. 4.8.

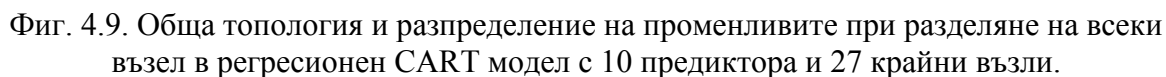


Фиг. 4.8. Конкретни характеристики на възлите с максимални изходни стойности на P_{out} и „най-високият“ краен възел 22 за линейен CART модел с 10 предиктора и 27 крайни възли.

При максимум на експеримента от 120W, предсказаната стойност от регресията е средната стойност на отклика, която в случая е

$$\widehat{P_{out}}_{[22]} = 113.333W. \quad (4.3)$$

На Фиг. 4.9 са показани всички променливи на разделянето (splitters), използвани за построяване на избраното оптимално дърво с 27 крайни възела. За интересувания ни възел 22 с максимални стойности на изходната лазерна мощност, определящи се оказаха променливите: PIN , C , PRF , ограничени по следния начин:

$$P_{IN} > 4.75 \text{ kW}, C \leq 1.55 \text{ nF}, 14.5 \text{ kHz} < PRF \leq 20.5 \text{ kHz}. \quad (4.4)$$


Краен възел	Минимум <i>Pout</i>	Максимум <i>Pout</i>	Средна стойност	Брой наблюдения	Класификационни условия за възела
1	0.4	2.8	159	17	$PIN \leq 1.95$ $DR \leq 30$ $PH2 \leq 0.0465$ $TR \leq 432$
2	0.5	6.2	4.29	82	$PIN \leq 1.95$ $DR \leq 30$ $PH2 \leq 0.0465$

					<i>TR > 432</i>
3	12.8	19	15.43	14	<i>PIN ≤ 1.95 DR ≤ 30 PH2 > 0.0465 TR ≤ 482.5 D ≤ 43 PNE ≤ 16</i>
4	5.8	11.5	9.08	6	<i>PIN ≤ 1.95 DR ≤ 30 PH2 > 0.0465 TR ≤ 482.5 D ≤ 43 PNE > 16 PNE ≤ 17.5</i>
5	1.6	10.8	6.92	5	<i>PIN ≤ 1.95 DR ≤ 30 PH2 > 0.0465 PNE ≤ 17.5 TR ≤ 482.5 D > 43</i>
6	5	10.9	8.33	62	<i>PIN ≤ 1.95 DR ≤ 30 PH2 > 0.0465 PNE ≤ 17.5 TR > 482.5</i>
7	0.25	8.27	3.95	22	<i>PIN ≤ 1.95 DR ≤ 30 PH2 > 0.0465 PNE > 17.5</i>
8	16.8	32	22.94	35	<i>PIN ≤ 1.95 DR > 30</i>
9	36	51.8	46	11	<i>PIN > 1.95 PIN ≤ 2.45</i>
10	53	73	63.91	20	<i>C ≤ 1.75 PIN > 2.45 PIN ≤ 2.85</i>
11	70	90	80.33	6	<i>PIN > 2.85 PIN ≤ 3.15 C ≤ 1.45 PRF ≤ 16.25</i>
12	88	92	89.2	5	<i>PIN > 2.85 PIN ≤ 3.15 C ≤ 1.45 PRF > 16.25 PRF ≤ 18</i>
13	60	90	74.2	5	<i>PIN > 2.85 PIN ≤ 3.15 C ≤ 1.45 PRF > 18</i>
14	55	70	63.88	8	<i>PIN > 2.85 PIN ≤ 3.15 C > 1.45 C ≤ 1.75</i>
15	35	50	44.29	7	<i>PIN > 2.45 PIN ≤ 3.15 C > 1.75</i>
16	64	96	80.56	9	<i>PIN > 3.15 C ≤ 1.75 PRF ≤ 14.5</i>
17	90	102	97.83	6	<i>PRF > 14.5 PRF ≤ 20.5 PIN > 3.15 PIN ≤ 3.75 C ≤ 1.15</i>
18	80	94	88.6	5	<i>PRF > 14.5 PRF ≤ 20.5 PIN > 3.15 PIN ≤ 3.75 C > 1.15 C ≤ 1.45</i>
19	90	104	100	6	<i>PRF > 14.5 PRF ≤ 20.5 C ≤ 1.45 PIN > 3.75 PIN ≤ 4.25</i>
20	76	96	87.33	6	<i>PRF > 14.5 PRF ≤ 20.5 PIN > 3.15 PIN ≤ 4.25 C > 1.45 C ≤ 1.75</i>
21	98	112	107.5	6	<i>PRF > 14.5 PRF ≤ 20.5 C ≤ 1.45 PIN > 4.25 PIN ≤ 4.75</i>
22	94	120	113.33	6	<i>PRF > 14.5 PRF ≤ 20.5 C ≤ 1.45 PIN > 4.75</i>
23	85	102	97	9	<i>PRF > 14.5 PRF ≤ 20.5 PIN > 4.25 C > 1.45 C ≤ 1.75</i>
24	58	82	68.5	8	<i>PIN > 3.15 C ≤ 1.75 PRF > 20.5</i>
25	45	76	63.38	8	<i>C > 1.75 PIN > 3.15 PIN ≤ 4.25</i>
26	57	82	73.83	6	<i>C > 1.75 PIN > 4.25 PIN ≤ 4.75</i>
27	63	90	80.43	7	<i>C > 1.75 PIN > 4.75</i>

Аналогично са построени и регресионни CART дървета с предиктори от полиномен тип до втора степен на взаимодействие от вида $X_i X_j$, $i, j = 1, 2, \dots, 10$.

✓ **Физическа интерпретация и приложение на построените CART модели**

Полученото дърво на Фиг. 4.9 и Табл. 4.2 класифицира експериментите в три основни клона на второ ниво. Това съответства до голяма степен на трите вида физична класификация на медните лазери – малки, средни и големи [89].

Ще дискутираме по-подробно влиянието на основните параметри в построените модели, определящи най-високите P_{out} , а именно PIN , C и PRF .

Влияние на PIN . С увеличаване на подаваната електрическа мощност PIN расте енергията на електроните. Нараства вероятността за заселване на горното лазерно ниво. Лазерната генерация P_{out} нараства. Този процес се оказва най-съществен и стабилен в десните части на всички класификации спрямо отклика P_{out} .

Влияние на C . С увеличаване на C расте електрическата енергия, подавана в разряда по формулата $E=0.5U^2C$, където U е напрежението между електродите. Това довежда до повишаване на подаваната електрическа мощност PIN в тръбата и последващо повишаване на лазерната генерация.

Влияние на PRF . С увеличаване на честотата на захранването нараства и честотата на излъчване на лазерната генерация. За единица време (1 сек.) броят на лазерните импулси е по-голям, което способства за нарастване на средната мощност на лазерната генерация.

Осигуряването на взаимното протичане на тези основни процеси, при спазване на установените условия (4.8), може да намери практическо приложение при планиране и провеждане на нови експерименти, с цел повишаване на изходната лазерна мощност на CuBr лазер.

✓ **Хибриден CART-MARS метод**

Предложена е нова методология за регресия на базата на комбиниране на методите CART и MARS. Идеи за различни друг тип хибридни методи и техни приложения са развити в [94, 95]. В [95] се построява хибриден модел на базата на логистична регресия и CART.

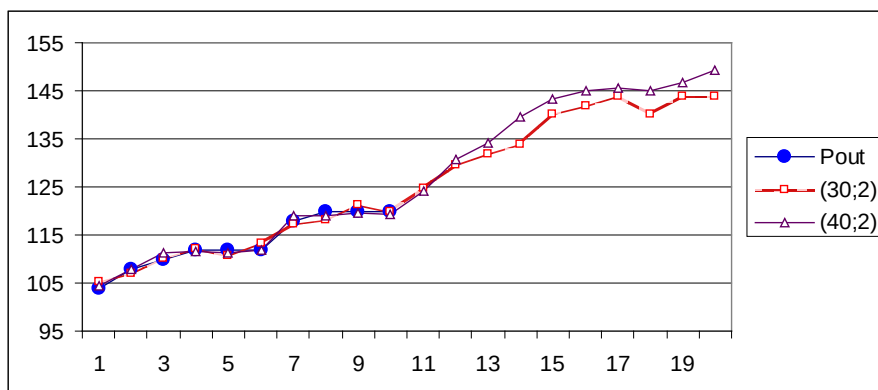
Този подход е развит за случая на лазер с пари на меден бромид, с цел изследване възможностите за повишаване на изходната му мощност P_{out} .

Основни стъпки на предложения хибриден CART-MARS метод:

- 1) Построява се оптимално CART дърво по данните от извадката.
- 2) На първо ниво след корена на CART дървото се избира поддърво $T^{(1)}$ с най-високите стойности на отклика P_{out} .
- 3) На второ ниво се избира поддървото $T^{(2)}$ с най-високите стойности и т.н. докато стигнем краен възел или дърво с по-малко от начално зададен брой от M_m наблюдения.
- 4) За всяко дърво построяваме MARS модел по избрани критерии.
- 5) Избираме оптимален CART-MARS модел.

Методът е приложен за случая на построеното дърво от Фиг. 4.9, с правила от Табл. 4.2. На Фиг. 4.17 е показано сравнение на последните 10 най-високи експериментални стойности на P_{out} от поддърво $T^{(1)}$, предсказаните P_{out} за същите наблюдения с два модела от втори ред и прогнозните P_{out} за 10 бъдещи експеримента.

Тъй като броят наблюдения за нашите данни не е достатъчно голям, MARS моделите от по-висока степен не могат да се генерират и моделите са ограничени. Това налага избор на $M_m > 80$. За получаване на достатъчно голяма извадка, се симулира удвоена извадка с прилагане на бутстрап процедура. С помощта на код на Mathematica (виж (3.8в)), генерираме с повторение още 144 случая и получаваме общо 288. Отново построяваме MARS моделите на P_{out} . Получаваме резултатите от Табл. 4.6.



Фиг. 4.17. Сравнение на експерименталните и прогнозни резултати от хибриден CART-MARS модел.

Таблица 4.6. MARS модели на базата на 288 наблюдения от поддърво $T^{(1)}$, удвоено с бутстрап процедура.

Модел	R^2	R^2 adj.	GCV R^2	MARS GCV	MSE	Предиктори в модела	S.E. of regression
(20,1)	0.97570	0.97455	0.96921	9.679	11.753	C, PRF, PIN, DR, PL	3.111
(30,1)	0.97564	0.97448	0.96870	9.705	11.945	C, PRF, PIN, DR, PL	3.115
(40,1)	0.97550	0.97434	0.96826	9.760	12.112	C, PRF, PIN, DR, PL	3.124
(20,2)	0.98797	0.98731	0.98362	4.827	6.251	PIN, C, PRF, PL	2.197
(30,2)	0.99327	0.99274	0.98964	2.760	3.955	PIN, C, PRF, PL	1.661
(40,2)	0.99479	0.99427	0.99076	2.178	3.526	$C, PRF, PIN, PL, DR, PH2$	1.476

✓ **Физическа интерпретация на резултатите от хибриден CART-MARS метод и приложение**

С получените хибридни модели на изходната мощност се очертават нови положения, съчетаващи възможностите на CART и MARS:

Определени са интервални стойности на съществените независими величини, влияещи на $Pout$. Това се отнася за средни и високи стойности на лазерната генерация. За развитие на нови лазерни мощности става възможно да се съкрати експерименталния труд и да се автоматизира инженерното проектиране в рамките на установените граници.

Основните независими величини, оказващи съществено влияние на $Pout$ са PIN , C и PRF . В различните хибридни модели се явяват и допълнителни величини – геометрични размери – PL , D и DR . Това има важно значение за практиката, защото позволява да се търсят и други „частни” решения на дадената задача за избор на величините, които трябва да бъдат променяни в експеримента. Това може да зависи от конкретните експлоатационни условия, приложението на лазерния източник и специфичните изисквания на заявителя.

Съчетаването на CART и MARS в хибридните модели дава възможност за едновременно намиране на по-точни локални ограничения (с CART правила) и MARS предсказване на изходната характеристика. Този подход може да се използва не само за областта на високите стойности, но и за други избрани класове от наблюдения.

С методите на MARS анализа най-добрите модели са нелинейни, с участие на основните предиктори до втора степен на взаимодействие. В тези нелинейности отново преобладават енергетичните величини PIN , PRF , C в комбинации $\{PIN.PR\}$, $\{PIN.C\}$,

{PRF.C}. В по-малка степен са включени геометричните характеристики с взаимодействия: {C.D}, {C.DR}, както и смесената {C.PL}. Съответните основни области на взаимодействие могат да се проследят от двумерните MARS графики и изрези от тях. Получените резултати са важни за изясняване на нелинейния характер на протичащите процеси в активния лазерен обем и решаване на конкретни въпроси при планиране и насочване на експеримента.

Може да се заключи, че за разглежданите данни, построените модели са адекватни и могат да се използват за предсказване на съществуващите и бъдещи експерименти, и в частност, в областта на високите стойности на изходната мощност.

✓ *Приложение на моделите и получените резултати от дисертационния труд във физиката на лазерите*

Резултатите намират приложение за:

- 1) Определяне на степента на влияние на всяка една от независимите величини на изходните лазерни характеристики.
- 2) Определяне наличието на корелация между независимите величини.
- 3) Намаляване размерността на експерименталните изследвания.
- 4) Изучаване на сложната природа на лазерната генерация, чрез физичната интерпретация на моделите.
- 5) Изследване на лазерния източник като нелинейна техническа система от втора и по-висока степен.
- 6) Определяне на съществените величини от втора и по-висока степен, оказващи значително влияние на изходните величини.
- 7) Извършване на частична оптимизация на лазерните източници, чрез определените граници в CART и CART-MARS моделите.
- 8) Методика за разработване на нови лазерни източници.
- 9) Възможност за разработване на софтуерни технологии с цел автоматизиране на инженерното проектиране на базата на предложения хибриден метод.
- 10) Перспектива за бъдещо изследване и комплексното моделиране на група от изходни характеристики с единен структурен модел.
- 11) Възможност за комплексно проектиране на нови лазерни източници с едновременното отчитане на такъв структурен модел с няколко изходни характеристики.

Перспективи

Методиката на изследването и получените резултати могат да се прилагат за по-нататъшно моделиране на разглежданите български лазери, както и на други лазери от подобен вид, за тяхното експериментално развитие и качествено практическо подобряване на изходните им характеристики.

Интересна за практиката бъдеща задача е установяването на статистически зависимости при едновременно разглеждане на зависимите променливи.

Друга важна задача за бъдеща работа е подбор на методи и планиране на експеримента за оптимизиране на експерименталния труд в процеса на развитие на изследваните и други лазери от разглеждания тип.

Възможност за програмна реализация на хибриден тип методи.

Апробация

- ✓ *Част от резултатите на дисертационния труд са представени със следните доклади на научни форуми и семинари*

[D1] Comparison of Cluster Models for Data of Deep Ultraviolet Lasers, International Conference “Engineering, Technologies and Systems, TechSys 2011”, 26-28 May, 2011, Plovdiv, Bulgaria.

[D2] Application of MARS for Modeling Local Nonlinear Relationships in Data on Ultraviolet Copper Ion Lasers, ICNPAA 2012 Congress: Mathematical Problems in Engineering, Aerospace and Sciences, Vienna, 10-14 July, 2012.

[D3] Линеен модел на изходната лазерна мощност на CuBr лазер с помощта на CART, Юбилейна национална научна конференция с международно участие „Традиции, посоки, предизвикателства”, Смолян, 19-21 октомври, 2012.

[D4] MAPC моделиране на изходни характеристики на лазер с пари на меден бромид, Семинар по Изчислителна статистика, ФМИ на ПУ, 28.03.2012.

- ✓ *Участие в научни проекти*

1. Научен проект НИ11-ФМИ-004 към НПД на Пловдивски Университет „Паисий Хилендарски” на тема: „Разработка и приложение на иновативни ИКТ за провеждане на качествени конкурентноспособни научни изследвания и цялостно осъвременяване процеса на обучение във ФМИ”, 2011-2012.
2. Научен проект на Министерство на образованието, младежта и науката, BG051PO001-3.3.05-0001 „Наука и бизнес”, с финансовата подкрепа на Оперативна програма „Развитие на човешките ресурси”, съфинансирана от Европейския социален фонд на Европейския съюз.

Благодарности

Издавам своята благодарност и признателност към моите научни ръководители проф. д-р Снежана Георгиева Гочева-Илиева и доц. д-р Илийчо Петков Илиев за всеотдайната им подкрепа.

Изразявам специална благодарност на колегите от катедрата по Приложна математика и математическо моделиране, на декана на ФМИ проф. д-р Асен Рахнев и всички колеги, които са ми помогнали в една или друга степен за разработката на дисертационния труд и са ми оказвали компетентна помощ.

Благодаря на проф. Николай Вучков от ИФТТ на БАН и неговия екип за предоставените данни и ценните съвети по тълкуване и насочване на практическото приложение на получените резултати.

Благодаря на семейство си за търпението и съпричастността към моята работа.

Авторска справка за приносите на дисертационния труд

Основните приноси на дисертационния труд са:

1. С помощта на непараметричната регресионна техника MARS е проведено систематично статистическо изследване на данни за моделиране на зависимостите между входните и изходните лазерни характеристики – лазерна мощност, лазерна ефективност и време на живот за лазер с пари на меден бромид и ултравиолетов лазер.
2. С помощта на CART са построени регресионни дървета и е направена класификация на наблюденията спрямо изходната мощност на лазер с пари на меден бромид. На тази база е приложен нов хибриден CART-MARS метод за моделиране на лазерната генерация в областта на високите мощности.
3. Получени са оптимални MARS модели с взаимодействия между входните лазерни величини до 2-ра и 3-та степен за над 95-99% от данните, с точност, съизмерима с точността на експеримента.
4. Определени са съществени независими лазерни величини, които влияят на отделните изходни характеристики и степента им на влияние.
5. Разработена е методология за сравнение и определяне на комплекс от вътрешни и външни критерии за избор на най-добър модел. Установена е адекватност на моделите. Установено е, че получените модели имат много добри предсказващи свойства. Методологията може да бъде прилагана и при друг набор от експериментални данни за същите или близки типове лазерни системи.
6. Моделите са приложени за предсказване на наблюденията и получаване на конкретни прогнози за практическо насочване на експеримента с цел бъдещо развитие на изследваните лазери и в частност – създаването на лазери с по-високи изходни характеристики.
7. Проведена е физическа интерпретация на получените оптимални модели, установено е много доброто им съответствие с експеримента и е направена оценка от гледна точка на тяхната практическа приложимост.

Принос	Цел	Задачи	Параграф	Публикация
1	1	1, 3, 4, 5, 7, 8	3.1, 3.2	P1, P2, P3, P4
2	1	1, 2, 4, 5, 6, 7, 8	4.1, 4.2	P5
3	1	1, 5	3.1, 3.2	P1, P2, P3, P4
4	1	4, 6	3.1.4, 3.2.7,	P1, P2, P3, P4, P5
5	1	3	3.1, 3.2, 4.1, 4.2	P1, P2, P3, P4, P5
6	1	7	3.1, 3.2, 4.2	P1, P2
7	1	8	3.1.5, 3.1.6, 3.1.10, 3.1.11, 3.2.5, 3.2.9, 3.2.13, 4.1.5, 4.2.5	P1, P2

Публикации по дисертационния труд

Публикации в реферирани списания

- [P1] Iliev I. P., Voynikova D. S., Gocheva-Ilieva S. G., Simulation of the output power of copper bromide lasers by the MARS method, *Quantum Electronics*, 42, No. 4, 2012, pp. 298-303. ISSN: 1063-7818, e-ISSN: 1468-4799. **Impact factor: 0.832 (за 2011)**
- [P2] Gocheva-Ilieva S. G., Voynikova D. S., Iliev I. P., Modeling of output characteristics of a UV Cu⁺ Ne-CuBr laser, *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2012, Article ID 420782, 2012, pp. 1-21. ISSN 1024-123X. **Impact factor: 0.777 (за 2011)**

✓ Публикации в сборници на конференции

- [P3] Voynikova D. S., Comparison of Cluster models for Data of Deep Ultraviolet Lasers, Proceedings of the International Conference of Engineering, Technologies and Systems Techsys 2011, in: *Journal of the Technical University Sofia, branch Plovdiv, "Fundamental Sciences and Applications"*, Vol. 16, No 1, 2011, pp. 91-94. ISSN 1310-8271.
- [P4] Gocheva-Ilieva S. G., D. S. Voynikova, I. P. Iliev, Application of MARS for Modeling Local Nonlinear Relationships in Data on Ultraviolet Copper Ion Lasers, ICNPAA 2012 Congress: Mathematical Problems in Engineering, Aerospace and Sciences, Vienna, 10-14 July, 2012, *AIP Conference Proceedings* 1493, 2012, pp. 416-423, ISBN 978-0-7354-1105-0.
- [P5] Войникова Д. С., Линеен модел на изходната лазерна мощност на CuBr лазер с помощта на CART, *Трудове на Юбилейна национална научна конференция с международно участие „Традиции, посоки, предизвикателства“*, том 2, част 2, 2013, стр. 15-20. ISBN 978-954-8767-43-9.

Библиография

- [1] Войникова Д. С., Линеен модел на изходната лазерна мощност на CuBr лазер с помощта на CART, *Трудове на Юбилейна нац. научна конф. с межд. уч. „Традиции, посоки, предизвикателства”*, том 2, част 2, 2013, стр. 15-20.
- [2] Въндев Д. Л., *Записки по приложна статистика 1*, София: СУ “Св. Кл. Охридски”, 2003.
- [3] Въндев Д. Л., *Записки по приложна статистика 2*, София: СУ “Св. Кл. Охридски”, 2003.
- [4] Гочева-Илиева С., И. Илиев, *Параметрични модели на характеристиките на лазер с пари на меден бромид*, Унив. Изд. ПУ, Пловдив.
- [5] Епанечников В. А., Непараметрическая оценка многомерной плотности вероятности, *Теория вероятностей и ее применения* (ТВП), 14:1, 1969, с. 156-162.
- [6] Жданеев О. В., *Моделирование процессов в лазерах на парах меди с модифицированной кинетикой*, Кандидатская диссертация, Томск: ИОФ СО РАН, М. ИОФ РАН, 2004.
- [7] Ивахненко А. Г., *Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем*, Киев: Наукова думка, 1982.
- [8] Петраш Г. Г., О моделировании лазера на парах меди с добавками водорода, *ФИАН*, Препринт N 4, 2005, с. 1-16.
- [9] Солдатов А. Н., Многоволновые лазеры с наносекундной длительности импульсов в парогазовых активных средах. *Известия вузов. Физика*, т. 53, 5 (2), 2010, с. 91-100.
- [10] Тюрин Ю. Н., А. А. Макаров, *Анализ данных на компьютере*, Москва: ИНФРА-М, 2003.
- [11] *Энциклопедия низкотемпературной плазмы*, серия Б, Том XI-4: Газовые и плазменные лазеры, под ред. Яковленко С. И. Москва: Физматлит, 2005.
- [12] *Энциклопедия низкотемпературной плазмы*, серия Б, Том 7, Численное моделирование низкотемпературной плазмы, под ред. Янус М., Москва, 2004.
- [13] Эшби У. Р., Схема усилителя мыслительных способностей, в сборнике: *Автоматы*, Москва, 1956.
- [14] Arlot S., A. Celisse, A survey of cross-validation procedures for model selection, *Statistics Surveys*, vol. 4, 2010, pp. 40-79.
- [15] Astadjov D. N., K. D. Dimitrov, C. E. Little, N. V. Sabotinov, A CuBr laser with 1.4 W/cm average output power, *IEEE J. Quantum Electron.*, 30, 1994, pp. 1358-1360.
- [16] Astadjov D. N., K. D. Dimitrov, D. R. Jones, V. K. Kirkov, C. E. Little, N. V. Sabotinov, N. K. Vuchkov, Copper bromide laser of 120-W average output power, *IEEE J. Quant. Electron.*, 33, 1997, pp. 705-709.
- [17] Astadjov D. N., K. D. Dimitrov, D. R. Jones, V. K. Kirkov, L. Little, C. E. Little, N. V. Sabotinov, N. K. Vuchkov, Influence on operating characteristics of scaling sealed-off CuBr lasers in active length, *Optics Commun.*, 135, 1997, pp. 289-294.
- [18] Astadjov D. N., N. K. Vuchkov, N. V. Sabotinov, Parametric study of the CuBr laser with hydrogen additives, *IEEE J. Quant. Electron.*, 24, 1988, pp. 1927-1935.
- [19] Barbieri M. M., J. O. Berger, Optimal predictive model selection, *The Annals of Statistics*, Vol. 32, No. 3, 2004, pp. 870-897.
- [20] Bellman R., *Adaptive Control Processes*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1961.
- [21] Biggs D., B. de Ville, E. Suen, A method of choosing multiway partitions for classification and decision trees. *Journal of Applied Statistics*, 18, 1991, pp. 49-62.
- [22] Biswal R., G. K. Mishra, G. S. Purbia, P. K. Agrawal, O. Prakash, S. K. Dixit, J. K. Mittal, A comparative study on thermal lensing characteristics of low (~500 °C) and high

- (~1500 °C) temperature variants of copper vapor laser, *Opt. Eng.* 50, No. 8, 2011, pp. 084202-084202-8.
- [23] Boichenko A. M., G. S. Evtushenko, S. N. Torgaev, Simulation of a CuBr laser, *Laser Physics*, Springer, vol. 18, 2008, pp. 1522-1525.
 - [24] Boichenko A. M., G. S. Evtushenko, O. V. Zhdanev, S. I. Yakovlenko, Theoretical analysis of the mechanisms of influence of hydrogen additions on the emission parameters of a copper vapour laser, *Quantum Electron.*, 33, 2003, pp. 1047-1058.
 - [25] Box G. E. P., D. R. Cox, Analysis of transformations, *Journal of Royal Statistical Society*, ser. B, 26, 1964, pp. 211-252.
 - [26] Breiman L., J. H. Friedman, R. A. Olshen, C. J. Stone, *Classification and Regression Trees*, Boca Raton: Chapman&Hall/CRC, 1984.
 - [27] Breiman L., Statistical Modeling: The Two Cultures, *Statistical Science*, Vol. 16, No. 3, 2001, pp. 199–231 (with Comments).
 - [28] Breiman L., J. H. Friedman, Estimating optimal transformations for multiple regression and correlation. *Journal of the American Statistical Association*, 80, 1985, pp. 580-598.
 - [29] Carman R. J., R. P. Mildren, M. J. Withford, D. J. W. Brown and J. A. Piper, Modeling the plasma kinetics in a kinetically enhanced copper vapor laser utilizing HCl+H₂ admixtures, *IEEE J. Quant. Electron.* 36, No. 4, 2000, pp. 438-449.
 - [30] Chandrika Kamath, *Mining Science and Engineering Data*, in “The handbook of data mining,” Nong Ye. (Ed.), 2003.
 - [31] Craven P., G. Wahba, Smoothing noisy data with spline functions: estimating the correct degree of smoothing by the method of generalized cross-validation, *Numerische Mathematik*, vol. 31, 1979, pp. 377-403.
 - [32] Denev N. P., D. N. Astadjov, N. V. Sabotinov, Analysis of the Copper Bromide Laser Efficiency, *Proc. IV Int. Symp. on Laser Technologies and Lasers 2005*, Plovdiv, 2006, pp. 153-156.
 - [33] Dimitrov K. D., N. V. Sabotinov, High-power and high-efficiency copper bromide vapor laser, *Proc. SPIE Int. Sic. Opt. Eng.*, 3052, 1996, pp. 126-130.
 - [34] Efromovich S. *Nonparametric curve estimation: Methods. Theory and applications*, New York: Springer, 1999.
 - [35] Efron B., R. J. Tibshirani, *An introduction to the bootstrap*, Chapman & Hall/CRC Electronic, 1994.
 - [36] Eubank, R. L., *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*, 2nd ed., New York: Marcel Dekker, Inc., 1999.
 - [37] Field A., *Discovering Statistics Using SPSS*, 3rd ed. London: Sage Publications, 2009.
 - [38] Francis L., Is MARS better than Neural Networks? <http://www.salford-systems.com/doc/03wf027.pdf>
 - [39] Friedman J. H., Multivariate adaptive regression splines (with discussion), *The Annals of Statistics*, vol. 19, no. 1, 1991, pp. 1-141.
 - [40] Friedman, J. H., W. Stuetzle, Projection Pursuit Regression, *Journal of the American Statistical Association*, 76, 1981, pp. 817–823.
 - [41] Gocheva-Ilieva S. G., D. S. Voynikova, I. P. Iliev, Application of MARS for Modeling Local Nonlinear Relationships in Data on Ultraviolet Copper Ion Lasers, ICNPAA 2012 Congress: Mathematical Problems in Engineering, Aerospace and Sciences, Vienna, 10-14 July, 2012. *AIP Conf. Proc.*, vol. 1493, 2012, pp. 416-423.
 - [42] Gocheva-Ilieva S. G., I. P. Iliev, K. A. Temelkov, N. K. Vuchkov, N. V. Sabotinov, Classifying the basic parameters of ultraviolet Copper Bromide laser, AMiTaNs 2009, Sozopol, 22-27 June 2009, *AIP Conf. Proc.*, Eds. M. D. Todorov, C. I. Christov, Melville NY: American Institute of Physics, vol. 1186, 2009, pp. 413-420.

- [43] Gocheva-Ilieva S. G., I. P. Iliev, *Statistical models of characteristics of metal vapor lasers*, New York: Nova Science Publishers, Inc., 2011.
- [44] Gocheva-Ilieva S. G., I. P. Iliev, Modeling and prediction of laser generation in UV copper bromide laser via MARS, in *Advanced research in physics and engineering, series "Mathematics and Computers in Science and Engineering"*, ed. O. Martin et al., Proc. 5th Intern. Conference on Optics, Astrophysics and Astronomy (ICOAA '10), Cambridge, UK, February 20-22, 2010, WSEAS Press, 2010, pp. 166-171.
- [45] Gocheva-Ilieva S. G., I. P. Iliev, Parametric and nonparametric empirical regression models: case study of copper bromide laser generation, *Math. Probl. Eng.*, vol. 2010, Article ID 697687, 2010, pp. 1-15.
- [46] Gocheva-Ilieva S. G., I. P. Iliev, Nonlinear regression model of copper bromide laser generation, *Proc. of COMPSTAT'2010*, Eds. Y. Lechevallier, G. Saporta, 19th International Conference on Computational Statistics, Paris - France, August 22-27, Physica- Verlag, Springer ebook, 2010, pp. 1063-1070.
- [47] Gocheva-Ilieva S. G., D. S. Voynikova, I. P. Iliev, Modeling of output characteristics of a UV Cu⁺ Ne-CuBr laser, *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2012, Article ID 420782, 2012, pp. 1-21.
- [48] Guyon I., A. Elisseeff, An Introduction to Variable and Feature Selection, *Journal of Machine Learning Research*, 3, 2003, pp. 1157-1182.
- [49] Hastie, T. J., R. J. Tibshirani, *Generalized Additive Models* Boca Raton: Chapman&HALL/CRC, 2000.
- [50] Hastie, T., R. Tibshirani, J. Friedman, *The Elements of Statistical Learning, Data Mining, Inference and Prediction*, 2nd ed., Springer, 2009.
- [51] http://en.wikipedia.org/wiki/Backfitting_algorithm
- [52] http://en.wikipedia.org/wiki/Copper_vapor_laser
- [53] http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_laser_types#Metal-vapor_lasers
- [54] <http://reference.wolfram.com/mathematica/guide/Mathematica.html>
- [55] <http://www.salfordsystems.com/>
- [56] <http://www-01.ibm.com/software/analytics/spss/>, *SPSS IBM Statistics* 19.
- [57] <http://www.statsoft.com/textbook/>, *Electronic Statistics Textbook*. Tulsa, OK: StatSoft. WEB: (Electronic Version), 2013.
- [58] <http://cran.r-project.org/web/packages/mda/mda.pdf>
- [59] Iliev I. P., S. G. Gocheva-Ilieva, Statistical techniques for examining copper bromide laser parameters, Proceedings of Int. Conf. of Numerical Analysis and Applied Mathematics, ICNAAM 2007, September 16-20, 2007, Corfu, Greece, Conf. Proc. American Institute of Physics (AIP), T. E. Simos, G. Psihoyios and Ch. Tsitouras (Eds.), Springer, New York, vol. CP936, 2007, pp. 267-270.
- [60] Iliev I. P., S. G. Gocheva-Ilieva, D. N. Astadjov, N. P. Denev, N. V. Sabotinov, Statistical analysis of the CuBr laser efficiency improvement, *Opt. Laser Technol.* 40, 2008, pp. 641-646.
- [61] Iliev I. P., S. G. Gocheva-Ilieva, D. N. Astadjov, N. P. Denev, N. V. Sabotinov, Statistical approach in planning experiments with a copper bromide vapor laser, *Quantum Electronics*, vol. 38, No. 5, 2008, pp. 436-440.
- [62] Iliev I. P., S. G. Gocheva-Ilieva, N. V. Sabotinov, Classification analysis of CuBr laser parameters, *Quantum Electron.*, vol. 39, N2, 2009, pp. 143-146.
- [63] Iliev I. P., S. G. Gocheva-Ilieva, N. V. Sabotinov, Prognosis of the Copper Bromide Laser Generation through Statistical Methods, in: XVII Intern. Symposium on Gas Flow and Chemical Lasers & High Power Lasers 2008, September 15-19, Lisbon, Portugal, ed. R. Vidal et al., *Proc. SPIE*, 7131, Bellingham WA: SPIE, vol. 7131, 2009, pp. J1-J8.

- [64] Iliev I. P., S. G. Gocheva-Ilieva. Modeling and Simulation of Output Power of a High-power He-SrBr₂ Laser by Using Multivariate Adaptive Regression Splines, *Journal of Optics and Laser Technology*, vol. 45, No 1, 2013, pp. 461-468.
- [65] Iliev I. P., Voynikova D. S., Gocheva-Ilieva S. G., Simulation of the output power of copper bromide lasers by the MARS method, *Quantum Electronics*, 42, No 4, 2012, pp. 298-303.
- [66] Iliev I. P., S. G. Gocheva-Ilieva, N. P. Denev, N. V. Sabotinov, Statistical Study of the Copper Bromide Laser Efficiency, *Conf. Proc. of American Institute of Physics (AIP)*, vol. 899 - Sixth Intern. Conf. of the Balkan Physical Union, 2007, p. 680.
- [67] Iliev I. P., S. G. Gocheva-Ilieva, On the application of the multidimensional statistical techniques for exploring copper bromide vapor laser, The 34th Conference Applications of Mathematics in Engineering and Economics (AMEE'08), June 6 - 12, 2008, Sozopol, *Conf. Proc. American Institute of Physics*, CP1067, ed. M. D. Todorov, Melville NY: AIP, 2008, pp. 475-482.
- [68] Iliev I. P., S. G. Gocheva-Ilieva, Statistical techniques for examining copper bromide laser parameters, *Proc. Int. Conf. of Numerical Analysis and Applied Mathematics, ICNAAM2007*, September 16-20, 2007, Corfu, Greece, *Conf. Proc. American Institute of Physics (AIP)*, T. E. Simos, G. Psihoyios and Ch. Tsitouras (Eds.), Springer, New York, vol. CP936, 2007, pp. 267-270.
- [69] Ilieva M., A. Stoyanova, V. Tsakova, N. K. Vuchkov, K. A. Temelkov, W. Erfurth, N. V. Sabotinov, Effect of deep UV laser treatment on electroless silver precipitation in supported poly-3,4-ethylenedioxythiophene layers, *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, vol. 11, no. 10, 2009, pp. 1444-1447.
- [70] Ilieva M., V. Tsakova, N. Vuchkov, K. Temelkov, N. Sabotinov, UV copper ion laser treatment of poly-3,4- ethylenedioxythiophene, *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, vol. 9, 2007, pp. 303-306.
- [71] Izenman A. J., *Modern Multivariate Statistical Techniques: Regression, Classification, and Manifold Learning*, New York: Springer, 2008.
- [72] Kass, G. V., An Exploratory Technique for Investigating Large Quantities of Categorical Data, *Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)*, vol. 29, No. 2, 1980, pp. 119-127.
- [73] Kushner M. J., Warner B. E, Large bore copper vapor lasers: Kinetics and scaling issues, *Journal of Applied Physics*, vol. 54, 1983, pp. 2970-2982.
- [74] Leea, T. S., C. C. Chiub, Y. C. Chouc, C. J. Lud, Mining the customer credit using classification and regression tree and multivariate adaptive regression splines, *Computational Statistics & Data Analysis*, vol. 50, 2006, pp. 1113-1130.
- [75] Leech N. L., K. C. Barrett, G. A. Morgan, *SPSS for Intermediate Statistics: Use and Interpretation*, 2nd ed., New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 2005.
- [76] Little C. E., *Metal vapour lasers: Physics, engineering and applications*, John Wiley & Sons, Chichester, 1999.
- [77] Mao B. N., Pan B. L., Chen L., Wang Y. J., Yao Z. X. Kinetic analysis of the factors limiting the output power of the Ne-CuBr UV laser, *Chinese Physics B*, vol. 18, 2009, pp. 1542-1546.
- [78] *MARS® 3.0 Technical User's Guide*, San Diego (CA): Salford Systems, 2011.
- [79] Montgomery D. C., G. C. Runger, *Applied statistics and probability for engineers*, 3rd ed., New York: John Wiley & sons Inc., 2003.
- [80] Mouchovski J. T., Temelkov K. A., Vuchkov N. K., Sabotinov N. V., Calcium strontium fluoride crystals with different composition for UV-laser application: control of growing rate and optical properties, *Comptes Rendus de l'Académie Bulgare des Sciences*, vol. 62, no. 6, 2009, pp. 687-694.

- [81] *Multivariate Adaptive Regression Splines (MARSplines)*, StatSoft, <http://www.statsoft.com/textbook/multivariate-adaptive-regression-splines/>
- [82] Muñoz, J., A. M. Felicísimo, Comparison of statistical methods commonly used in predictive modeling, *Journal of Vegetation Science*, vol. 15, 2004, pp. 285-292.
- [83] NATO contract SfP, 97 2685 (50W Copper Bromide Laser), 2000.
- [84] Nisbet R., J. Elder, G. Miner, *Handbook of statistical analysis and data mining applications*, Burlington: Elsevier Academic Press, 2009.
- [85] *NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods*, <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>, accessed 2 January, 2013.
- [86] Pan B. L., G. Chen, B. N. Mao, Z. X. Yao, Kinetic process of UV Cu⁺ laser in Ne-CuBr longitudinal pulsed discharge, *Optics Express*, vol. 14, 2006, pp. 8644-8653.
- [87] Razali, N. M., Y. B. Wah, Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Liliefors and Anderson-Darling tests, *J Statistical Modeling and Analytics*, vol. 2, No. 1, 2011, pp. 21-33.
- [88] Ruppert D., M. P. Wand, R. J. Carroll, *Semiparametric regression*, Cambridge University Press, 2003.
- [89] Sabotinov N. V., Metal vapor lasers, in: *Gas Lasers*, M. Endo R. and F. Walter, Eds., Boca Raton: CRC Press, 2006, pp. 449-494.
- [90] *Salford Predictive Modeling Suite (SPM): CART, MARS, TreeNet, and RandomForests*: <http://salford-systems.com/products/mars/overview.html>
- [91] Salkind, N. J. ed., *Encyclopedia of measurement and statistics*, volumes 1, 2, 3, Sage Publications, Inc., 2007.
- [92] Sprent P., N. C. Smeeton, *Applied nonparametric statistics*, Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 3rd ed., 2002.
- [93] Steinberg D., B. Bernstein, P. Colla, K. Martin. *MARS User Guide*, San Diego, CA: Salford Systems, 2001.
- [94] Steinberg D., M. Golovnya, *CART 6.0 User's Guide*, San Diego, CA: Salford Systems, 2007.
- [95] Steinberg D., N. S. Cardell, *Improving Data Mining with New Hybrid Methods, A new approach: Use CART outputs as inputs to Logit and Neural Nets*, <http://www.salford-systems.com/doc/newhybridmethods.pdf>
- [96] Steinberg, D., P. L. Colla, *CART: Tree-Structured Nonparametric Data Analysis*, San Diego, CA: Salford Systems, 1995.
- [97] Stoilov V. M., D. N. Astadjov, N. K. Vuchkov, N. V. Sabotinov, High spatial intensity 10 W-CuBr laser with hydrogen additives, *Opt. Quantum Electron.*, 32, 2000, pp. 1209-1217.
- [98] Takezawa K., *Introduction to Nonparametric Regression*, John Wiley, 2006.
- [99] Voynikova D. S., Comparison of Cluster models for Data of Deep Ultraviolet Lasers, Proc. of the International Conference of Engineering, Technologies and Systems Techsys 2011, in: *Journal of the Technical University Sofia*, branch Plovdiv, "Fundamental Sciences and Applications", Vol. 16, No 1, 2011, pp. 91-94.
- [100] Vuchkov N., High discharge tube resource of the UV Cu⁺ Ne-CuBr laser and some applications, in: *New Development in Lasers and Electric-Optics Research*, ed. W. T. Arkin, New York: Nova Science Publishers, 2007, pp. 41-74.
- [101] Vuchkov N. K., D. N. Astadjov, N. V. Sabotinov, A new circuit for CuBr laser excitation, *Opt. Quantum Electron.*, 23, 1991, pp. S549-S553.
- [102] Vuchkov N. K., K. A. Temelkov, N. V. Sabotinov, Effect of hydrogen on the average output of the UV Cu⁺ Ne-CuBr laser, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 41, no. 1, 2005, pp. 62-65.

- [103] Vuchkov N. K., K. A. Temelkov, N. V. Sabotinov, UV lasing on Cu⁺ in a Ne-CuBr pulsed longitudinal discharge, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 35, no. 12, 1999, pp. 1799-1804.
- [104] Vuchkov N. K., K. A. Temelkov, P. V. Zahariev, N. V. Sabotinov, *Laser tube for ultraviolet copper laser*, Patent reg., no. 106759, 30.05.2002, Published Applications for Inventions BG 11/2003.
- [105] Vuchkov N. K., K. A. Temelkov, P. V. Zahariev, N. V. Sabotinov, A new laser tube construction for the UV Cu⁺ Ne-CuBr laser, *Proceedings of SPIE (Society of Photo-Optical Instrumentation Engineering)*, Bellingham, WA, USA, vol. 5449, 2004, pp. 173-176.
- [106] Vuchkov N. K., K. A. Temelkov, P. V. Zahariev, N. V. Sabotinov, Influence of the active zone diameter on the UV-ion Ne-CuBr laser performance, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 37, no. 12, 2001, pp. 1538-1546.
- [107] Vuchkov N. K., K. A. Temelkov, P. V. Zahariev, N. V. Sabotinov, *Laser tube for ultraviolet copper laser*, Bulgaria Patent No.64880, 03.08.2006.
- [108] Vuchkov N. K., K. A. Temelkov, P. V. Zahariev, N. V. Sabotinov, Optimization of a UV Cu⁺ laser excited by pulse-longitudinal Ne-CuBr discharge, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 37, no. 4, 2001, pp. 511-517.
- [109] Vuchkov N. K., K. A. Temelkov, P. V. Zahariev, N. V. Sabotinov, Output parameters and a spectral study of UV Cu⁺ Ne-CuBr laser, *Optics and Laser Technology*, vol. 36, no. 1, 2004, pp. 19-25.
- [110] Vuchkov N., N. Sabotinov, K. Temelkov, *Ultraviolet Copper laser*, Patent Reg. no. 103312, 06.04.1999, Published Applications for Inventions, BG 10/2000.
- [111] Warner B., M. Misra, Understanding Neural Networks as Statistical Tools. *The American Statistician*, 50, 1996, pp. 284-293.
- [112] Wasserman, L., *All of Nonparametric Regression*, New York: Springer, 2006.
- [113] Webb C., Metal vapour lasers: New development and applications, *Proc. SPIE*, vol. 4184, 2000, pp. 183-190.
- [114] Wilhelm A., Data and Knowledge Mining, in: *Handbook of Computational Statistics*, Eds. J. E. Gentle, W. Härdle, Y. Mori, Heidelberg: Springer, 2004, pp. 789-820.
- [115] Withford M. J., *Investigations of the effect of trace impurities on copper vapour laser performance*, PhD Dissertation, Macquarie University, Australia, 1995.
- [116] Wu H., J.-T. Zhang, *Nonparametric Regression Methods for Longitudinal Data Analysis. Mixed-Effects*, Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- [117] Yeo I. K., R. A. Johnson, A new family of power transformations to improve normality or symmetry, *Biometrika*, Oxford Press, 87, No. 4, 2000, pp. 954-959.